数理解析研究所講究録
第 1857 巻 2013 年 95-108

競合的在庫モデルにおける小売業者の意思決定について

大阪府立大学大学院 理学系研究科 情報数理科学専攻　北條　仁志 (Hitoshi Hohjo)
Dept. of Mathematics and Infomation Sciences, Graduate School of Science
Osaka Prefecture University

1　はじめに

在庫管理問題の中で有名なモデルの 1 つに新聞売り子問題がある。この問題は一企業での最適な発注量を探求しているが、1997 年に Lippman らによって複数企業間での競合環境下による新聞売り子問題が提案された [10]。彼らは需要の再配分を考慮した上でゲーム理論のナッシュ平衡解を導出している。一方、Parlar[12] も代替製品を考慮した在庫管理問題を扱っており、Lippman らと同じくナッシュ平衡について言及している。これらのモデルでは、需要分布が与えられた条件の下で小売業者間だけの問題として扱われている。本来は小売業者の戦略も顧客の戦略に依存するものであり、顧客の戦略も小売業者の戦略に伴って変化するものである。また、商品の購買行動に関しては商品価格だけでなく、交通費や時間費用など購買のために購買費用を考慮する必要がある。伊東、北條 [18] は価格について非対称情報という状況を仮定し、さらに各顧客について参照価格 [1] を考慮することでより現実に即したモデルを提案した。彼らは小売業者が意思決定に関してリスク中立である場合についての解析を行っている。

本稿では、彼らのモデルを基にして小売業者が意思決定に関してリスク回避型である場合について Nash 平衡点を探求する。リスクに関する損失嫌悪を表す効用関数には様々な定義の仕方があるが、Briesch[1] に従って区分的線形関数を用いることとする。

2　モデル

リスクに関して損失嫌悪である Retailer j, $j=1,2$ と呼ばれる 2 店舗で競合している 1 期間競合的在庫管理問題について考える。購買意欲の強い Customer i, $i=1,2,\ldots,n$ と呼ばれる顧客が n 人存在し、ある商品を一単位ずつ購入する。一般性を失うことなく、Retailer j の初期在庫量は 0 であると仮定する。Retailer j は単位当たり原価 c_j で z_j 個の商品を仕入れ、価格 p_j で販売を行う。Retailer 1 の価格 p_1 は広告等で周知されていることから既知の値で与えられ、Retailer 2 の価格 p_2 は顧客が日常的に利用している店舗であることから、ある分布 $F(p_2)$ に従っていることを顧客が経験的に知っているとする。各 Retailer は業界の情報を駆使して他者の販売価格を知っているとする。期末に余った在庫については単位当たり h_j の保管費用がかかり、満たされなかった需要については単位当たり q_j の機会損失費用がかかる。

このとき、Retailer j の収益 W_j は

$$W_j = p_j \min\{D_j^+, z_j\} - c_j z_j - h_j \max\{0, z_j - D_j^+\} - q_j \max\{0, D_j^+ - z_j + D_j^-\}$$

で与えられる。ここで、D_j^+ は Retailer j を訪れて購入をはかる顧客の人数、D_j^- は Retailer j を訪れるが、表示価格を知って購入をあきらめる顧客の人数である。

小売業者がリスクに関してパラメータ μ_j の損失嫌悪であるとき、収益 W_j に対して Retailer j

の効用関数 $U_j^r(W_j)$ は

$$U_j^r(W_j) = \begin{cases} W_j - W_j^0, & W_j \geq W_j^0 \\ \mu_j(W_j - W_j^0), & W_j < W_j^0 \end{cases} = M_j(W_j - W_j^0)$$

として表される。ここで、μ_j は Retailer j における損失嫌悪係数であり、$\mu_j \geq 1$ の値として与えられる。W_j^0 は Retailer j によって与えられた参照レベルである。

$$M_j = \begin{cases} 1, & W_j \geq W_j^0 \\ \mu_j, & W_j < W_j^0 \end{cases}$$

である。

従って、Retailer j が W_j^0 以上の収益を望んでいるとき、Retailer j の目的関数は

$$\begin{aligned} U_j^r(W_j) = M_j(p_j \min\{D_j^+, z_j\} - c_j z_j - h_j \max\{0, z_j - D_j^+\} \\ -q_j \max\{0, D_j^+ - z_j + D_j^-\} - W_j^0) \end{aligned}$$

であり、Retailer j の目的は効用 U_j^r の期待値 $E[U_j^r]$ を最大にする発注量 z_j を求めることである。

次に顧客の購買行動と目的についてモデルの仮定を述べる。顧客の購買戦略の選択の要因として、商品の購入により生じる効用、商品を購入できなかったことに伴う効用、および移動に伴う効用を扱い、それらの効用の和をもとに戦略を決定する。

各顧客は購買時点において形成している参照価格 r_i と表示価格 p_j との差によって商品が購入できたことに対して効用を生じる。本稿では Briesch et al.[1] に従い、参照価格による効用を

$$\gamma(p_j, r_i) = \beta_1 G(r_i - p_j) + \beta_2 L(p_j - r_i)$$

で定義する。ここで、β_1, β_2 はマーケティング変数の反応パラメータであり、G、L はそれぞれ効用に対する利得と損失を表す。$r_i > p_j$ のとき $G = 1, L = 0$、$r_i < p_j$ のとき $G = 0, L = 1$ の値をとる。商品の購入により生じる効用は $\gamma(p_j, r_i)$ に固定の効用 V_i を加えた値で表される。u_i を Customer i が最終的に購入できなかった場合の効用とし、負の値で与える。距離に伴う効用は距離に比例するものとし、総移動距離 λ に対して $d(\lambda)$ で表す。

Customer i は購買行動に入る前に、Retailer 1 の表示価格 r_1 を考慮して最初に Retailer 1 へ行くのか、Retailer 2 へ行くのか、そして商品の品切れの際にはもう一方の店舗へ行くのか否かの選択を行う。

(I) Customer i が最初に向かう店舗として Retailer 1 を選択した場合を考える。Retailer 1 の販売価格 p_1 は既知であるため、このような行動をとるのは価格 p_1 が自身の購買の許容範囲に適合する顧客のみである。適合しない顧客は Retailer 2 のみ選択する。Retailer 1 を選択した Customer i は Retailer 1 までの距離 λ_{i1} を移動し、店舗到着後、在庫があれば商品を購入し、商品の購入により生じた効用 $V_i + \gamma(p_1, r_i)$ を得る。そして再び、距離 λ_{i1} を戻る。在庫がなければ Customer i は最初の時点で決定した戦略、すなわち購買を行わずに戻るか、Retailer 2 での購入を試みるかという選択に従って行動する。前者の場合には、購入できなかったことに伴う効用 u_i を得て、距離 λ_{i1} を移動して戻る。後者の場合には、店舗間の距離 λ' を移動し、在庫がありかつ表示価格 p_2 が購買の許容範囲に適合すれば商品を購入してそれにより生じた効用 $V_i + \gamma(p_2, r_i)$ を得る。そして、距離 λ_{i2} を戻る。在庫がないか、または価格が許容範囲外であった場合には、購入を諦めて購入できなかったことに伴う効用 u_i を得て、距離 λ_{i2} を移動して戻る。

(II) Customer i が最初に向かう店舗として Retailer 2 を選択した場合を考える。Retailer 2 までの距離 λ_{i2} を移動し、店舗到着後、在庫の有無を確認し、表示価格 p_2 と自らの購買の許容範囲との照合を行う。在庫が存在し、かつ価格が許容範囲内であれば購入を行い、商品の購入により生じた効用 $V_i + \gamma(p_2, r_i)$ を得る。そして、距離 λ_{i2} を戻る。購買意欲が強い Customer i は、購買の許容範囲内であればたとえ $p_2 > p_1$ であろうとも在庫が存在すれば必ず商品を購入する。在庫が存在しないか、または価格が許容範囲外であった場合には、Customer i は最初の時点で決定した戦略、すなわち Retailer 1 での購入を試みるか、購買を行わずに戻るかという選択に従って行動する。もちろん購買を選択するのは、価格 p_1 が許容範囲内である時のみである。Customer i が Retailer 1 での購買を選択した場合、店舗間の距離 λ' を移動して、在庫の有無を確認し、在庫が存在すれば商品を購入し、商品の購入により生じた効用 $V_i + \gamma(p_1, r_i)$ を得る。そして再び、距離 λ_{i1} を戻る。購買を行わずに戻るときには、商品を購入できなかったことに伴う費用 u_i を得て、距離 λ_{i2} を戻る。

Retailer 1 から Retailer 2、そして再び Retailer 1 など同一店舗に戻るような移動は、過度の移動費用がかかるため行わないと仮定する。このとき、顧客の効用 U_i^c は

$$U_i^c = I_i(V_i + \gamma(r_i, p_j)) - d(\lambda) + (1 - I_i)u_i$$

と書ける。そこで、I_i は購入のインジケータとし、

$$I_i = \begin{cases} 1, & \text{購入できた} \\ 0, & \text{購入できなかった} \end{cases}$$

と定義する。前述の許容範囲とは、$U_i^c{=}0$ となる p_j を上限とする範囲とする。Retailer 2 の価格で $U_i^c = 0$ を満たすものを p_i' とおく。このとき、

$$p_i' = \begin{cases} r_i - \frac{1}{\beta_2}(V_i - d(\lambda)), & p_j > r_i \\ r_i + \frac{1}{\beta_1}(V_i - d(\lambda)), & p_j \le r_i \end{cases}$$

である。

顧客の戦略 y_i を、

$$y_i = (x_{i1}, x_{i2})$$

とし、x_{i1} を最初に向かう店舗の番号、x_{i2} を店舗移動後に在庫切れまたは許容範囲外であったときに向かう店舗の番号として、

$$x_{i1}, x_{i2} = \begin{cases} 0, & \text{購入しない} \\ 1, & \text{Retailer 1 で購入} \\ 2, & \text{Retailer 2 で購入} \end{cases}$$

と定義する。以上のような状況において顧客は、効用 U_i^c の期待値 $E[U_i^c]$ を最大化する戦略を求めることが目的となる。考えうる戦略は (1,2),(1,0)(2,1),(2,0) であり、これらの戦略を持つ顧客の集合をそれぞれ S_1, S_2, S_3, S_4 とする。各 $S_k, k = 1, 2, 3, 4$ において Retailer 2 の価格 p_2 が許容範囲に適合している顧客の集合を S_k' とする。また、各集合に属す顧客の人数を集合の前に # をつけて表現することとする。価格 p_1 は事前に既知であるため、価格 p_1 に適合しない顧客は S_4 に属することに注意する。

3 小売業者の目的関数の導出

顧客の総数 n は既知であるので、小売業者は n よりも多い量を発注しても売れ残りが生じるため、発注戦略を $[0,n]$ に制限することができる。小売業者の目的関数の導出において以下で述べる7つの領域を考える必要がある。本モデルでは、ある店舗で購入できず他店舗に回ってきた顧客よりも、最初に来た顧客の方が優先されるとする。そして、顧客の数が在庫量を上回る場合には各戦略をとる人数に対して比例配分すると仮定する。

Case 1. $(\#S_1+\#S_2)+(\#S_3-\#S_3')\leq z_1\leq n$
$\#S_3'+\#S_4'\leq z_2\leq n$

Case 2. $\#S_1+\#S_2\leq z_1<(\#S_1+\#S_2)+(\#S_3-\#S_3')$
$\#S_3'+\#S_4'\leq z_2\leq n$

Case 3. $0\leq z_1<\#S_1+\#S_2$
$(\#S_3'+\#S_4')+(\#S_1'-\frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}z_1)\leq z_2\leq n$

Case 4. $0\leq z_2<\#S_3'+\#S_4'$
$(\#S_1+\#S_2)+\{(\#S_3-\#S_3')+(\#S_3'-\frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2)\}\leq z_1\leq n$

Case 5. $0\leq z_1<\#S_1+\#S_2$
$\#S_3'+\#S_4'\leq z_2<(\#S_3'+\#S_4')+(\#S_1'-\frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}z_1)$

Case 6. $0\leq z_2<\#S_3'+\#S_4'$
$\#S_1+\#S_2\leq z_1<(\#S_1+\#S_2)+\{(\#S_3-\#S_3')+(\#S_3'-\frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2)\}$

Case 7. $0\leq z_1<\#S_1+\#S_2$
$0\leq z_2<\#S_3'+\#S_4'$

Case 1: 初めに Retailer 2 に向かう集合 S_3、S_4 に属す顧客のうち、それぞれ Retailer 2 の価格 p_2 が許容範囲である $\#S_3'$、$\#S_4'$ 人だけが需要を満たされる。集合 S_3 の中で Retailer 2 の価格を許容できない $\#S_3-\#S_3'$ 人については Retailer 1 へ再配分される。集合 S_4 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_4-\#S_4'$ 人については購入をあきらめて戻る。Retailer 1 については、最初に向かう顧客 $\#S_1+\#S_2$ 人については全員満たされ、再配分された $\#S_3-\#S_3'$ 人についても全員満たされる。

Case 2: 初めに Retailer 2 に向かう集合 S_3、S_4 に属す顧客のうち、それぞれ $\#S_3'$、$\#S_4'$ 人だけが需要を満たされる。集合 S_3 の中で Retailer 2 の価格を許容できない $\#S_3-\#S_3'$ 人については Retailer 1 へ再配分される。集合 S_4 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_4-\#S_4'$ 人については購入をあきらめて戻る。Retailer 1 については、最初に向かう顧客 $\#S_1+\#S_2$ 人については全員満たされる。再配分された $\#S_3-\#S_3'$ 人については $z_1-(\#S_1+\#S_2)$ 人だけ満たされ、残りの $\#S_3-\#S_3'-z_1+(\#S_1+\#S_2)$ 人は満たされることなく戻る。

Case 3: 初めに Retailer 1 に向かう集合 S_1、S_2 に属す顧客のうち、それぞれ $\frac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1$、$\frac{\#S_2}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人だけが需要を満たされる。S_1 の中で購入できなかった $\#S_1-\frac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人については Retailer 2 へ再配分される。S_2 の中で購入できなかった $\#S_2-\frac{\#S_2}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人については購入をあきらめて戻る。Retailer 2 については、最初に向かう集合 S_3、S_4 に属す顧客のうち、$\#S_3'+\#S_4'$ 人については全員満たされる。集合 S_3 に属す顧客の中で Retailer 2 の価格を許容できない $\#S_3-\#S_3'$ 人については Retailer 1 へと再配分されるが満たされない。集合 S_4 の中で Retailer 2 の価格を許容できない $\#S_4-\#S_4'$ 人については購入をあきらめて戻る。再配分された

$\#S_1 - \frac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人のうち、Retailer 2 へと再配分され購入することができるのは Retailer 2 の価格を許容できる、集合 S_1' に属する顧客だけである。ゆえに、この集合 S_1' の中で Retailer 1 で購入できなかった $\#S_1' - \frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人については全員満たされる。Retailer 2 の価格を容認できない $\#S_3 - \#S_3'$ 人については満たされることなく戻る。

Case 4: 初めに Retailer 2 に向かう集合 S_3、S_4 に属す顧客のうち、それぞれ $\frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$、$\frac{\#S_4'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$ 人だけが需要を満たされる。S_3 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_3-\#S_3'$ 人と購入できなかった $\#S_3' - \frac{\#S_3'}{\#S_3+\#S_4}z_2$ 人については Retailer 1 へ再配分される。S_4 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_4 - \#S_4'$ 人と購入できなかった $\#S_4' - \frac{\#S_4'}{\#S_3+\#S_4}z_2$ 人については購入をあきらめ戻る。Retailer 1 については、最初に向かう顧客 $\#S_1 + \#S_2$ 人ついては全員満たされる。再配分された $(\#S_3 - \#S_3') + (\#S_3' - \frac{\#S_3'}{\#S_3+\#S_4}z_2)$ 人についても全員満たされる。

Case 5: 初めに Retailer 1 に向かう集合 S_1、S_2 に属す顧客のうち、それぞれ $\frac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1$、$\frac{\#S_2}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人だけが需要を満たされる。S_1 の中で購入できなかった $\#S_1 - \frac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人については Retailer 2 へ再配分される。S_2 の中で購入できなかった $\#S_2 - \frac{\#S_2}{\#S_1+\#S_2}z_1$ については購入をあきらめて戻る。Retailer 2 については、最初に向かう集合 S_3、S_4 に属す顧客のうち、$\#S_3'+\#S_4'$ 人は満たされる。S_3 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_3-\#S_3'$ 人については Retailer 1 へと再配分されるが満たされない。S_4 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_4 - \#S_4'$ 人については購入をあきらめ戻る。再配分された $\#S_1 - \frac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人のうち、Retailer 2 へと再配分され購入することができるのは Retailer 2 の価格を許容できる、集合 S_1' に属する顧客だけである。ゆえに、この集合 S_1' の中で Retailer 1 で購入できなかった $\#S_1' - \frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人については、最初に Retailer 2 に向かう $\#S_3' + \#S_4'$ 人が優先されるため、$z_2 - (\#S_3' + \#S_4')$ 人だけ満たされる。残りの $(\#S_1' - \frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}z_1) - \{z_2 - (\#S_3' + \#S_4')\}$ 人については満たされることなく戻る。

Case 6: 初めに Retailer 2 に向かう集合 S_3, S_4 に属す顧客のうち、それぞれ $\frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$, $\frac{\#S_4'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$ 人だけが需要を満たされる。S_3 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_3 - \#S_3'$ 人と購入できなかった $\#S_3' - \frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$ 人については Retailer 1 へ再配分される。S_4 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_4 - \#S_4'$ 人と購入できなかった $\#S_4' - \frac{\#S_4'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$ 人については購入をあきらめて戻る。Retailer 1 については、最初に向かう顧客 $\#S_1 + \#S_2$ 人は全員満たされる。再配分された $(\#S_3 - \#S_3') + (\#S_3' - \frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2)$ 人については $z_1 - (\#S_1 + \#S_2)$ 人だけ満たされ、残りの $(\#S_3 - \#S_3') + (\#S_3' - \frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2) - \{z_1 - (\#S_1 + \#S_2)\}$ 人は満たされることなく戻る。

Case 7: 初めに Retailer 1 へ向かう集合 S_1、S_2 に属す顧客のうち、それぞれ $\frac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1$、$\frac{\#S_2}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人だけが需要を満たされる。S_1 の中で購入できなかった $\#S_1 - \frac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人については Retailer 2 へ再配分されるが満たされない。S_2 の中で購入できなかった $\#S_2 - \frac{\#S_2}{\#S_1+\#S_2}z_1$ 人については購入をあきらめて戻る。Retailer 2 については、初めに Retailer 2 に向かう集合 S_3、S_4 に属す顧客のうち、価格 p_2 に適合した $\#S_3'$、$\#S_4'$ 人の中のそれぞれ $\frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$、$\frac{\#S_4'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$ 人だけが需要を満たされる。S_3 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_3 - \#S_3'$ 人と購入できなかった $\#S_3' - \frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$ 人については Retailer 1 へ再配分されるが満たされない。S_4 の中で Retailer 2 の価格を許容できない顧客 $\#S_4 - \#S_4'$ 人と購入できなかった $\#S_4' - \frac{\#S_4'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2$ 人については購入をあきらめ戻る。

顧客の到着順序は各状況が同様に確からしく発生すると仮定し、収益の期待値をとると、各 Case における Retailer の目的関数は以下のようになる。

Case 1:

$$E[U_1^r] = M_1[(p_1+h_1)\{(\#S_1+\#S_2)+(\#S_3-\#S_3')\}-(c_1+h_1)z_1-W_1^0]$$
$$E[U_2^r] = M_2[(p_2+h_2+q_2)(\#S_3'+\#S_4')-(c_2+h_2)z_2-q_2(\#S_3+\#S_4)-W_2^0]$$

Case 2:

$$E[U_1^r] = M_1[(p_1-c_1+q_1)z_1-q_1\{(\#S_1+\#S_2)+(\#S_3-\#S_3')\}-W_1^0]$$
$$E[U_2^r] = M_2[(p_2+h_2-q_2)(\#S_3'+\#S_4')-(c_2+h_2)z_2-q_2(\#S_3+\#S_4)-W_2^0]$$

Case 3:

$$E[U_1^r] = M_1[(p_1-c_1+q_1)z_1-q_1\{(\#S_1+\#S_2)+(\#S_3-\#S_3')\}-W_1^0]$$
$$\begin{aligned}E[U_2^r] = M_2[&(p_2+h_2-q_2)\{(\#S_3'+\#S_4')+(\#S_1'-\tfrac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}z_1)\}-(c_2+h_2)z_2\\ &-q_2\{(\#S_3+\#S_4)+\#S_1-\tfrac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1\}-W_2^0]\end{aligned}$$

Case 4:

$$\begin{aligned}E[U_1^r] = M_1[&(p_1+h_1-q_1)\{(\#S_1+\#S_2)+(\#S_3-\#S_3')+(\#S_3'-\tfrac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2)\}\\ &-(c_1+h_1)z_1-W_1^0]\end{aligned}$$
$$E[U_2^r] = M_2[(p_2-c_2+q_2)z_2-q_2(\#S_3+\#S_4)-W_2^0]$$

Case 5:

$$E[U_1^r] = M_1[(p_1-c_1+q_1)z_1-q_1\{(\#S_1+\#S_2)+(\#S_3-\#S_3')\}-W_1^0]$$
$$E[U_2^r] = M_2[(p_2-c_2+q_2)z_2-q_2\{(\#S_3+\#S_4)+(\#S_1-\tfrac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1)\}-W_2^0]$$

Case 6:

$$\begin{aligned}E[U_1^r] = M_1[&(p_1-c_1+q_1)z_1-q_1\{(\#S_1+\#S_2)+(\#S_3-\#S_3')+(\#S_3'\\ &-\tfrac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2)\}-W_1^0]\end{aligned}$$
$$E[U_2^r] = M_2[(p_2-c_2+q_2)z_2-q_2(\#S_3+\#S_4)-W_2^0]$$

Case 7:

$$E[U_1^r] = M_1[(p_1-c_1+q_1)z_1+q_1\tfrac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2-q_1(\#S_1+\#S_2+\#S_3)-W_1^0]$$
$$E[U_2^r] = M_2[(p_2-c_2+q_2)z_2+q_2\tfrac{\#S_1}{\#S_1+\#S_2}z_1-q_2(\#S_3+\#S_4+\#S_1)-W_2^0]$$

4 顧客の目的関数の導出

顧客の期待総効用について考えていく。顧客の行動パターンとしては4通り存在し、それぞれ以下のような効用を得る：

(1) Customer i が Retailer j を最初に訪問し、そこで購入できた場合

$$U_i^c(1,j) \equiv V_i - d(2\lambda_{ij}) + \gamma(p_j, r_i)$$

(2) Customer i が Retailer j' を最初に訪問するがそこで購入できず、もう一方の Retailer $j(\neq j')$ で購入できた場合

$$U_i^c(2,j') \equiv V_i - d(\lambda_{ij'} + \lambda' + \lambda_{ij}) + \gamma(p_j, r_i)$$

(3) Customer i が Retailer j を最初に訪問するがそこで購入できず、あきらめる場合

$$U_i^c(3,j) \equiv u_i - d(2\lambda_{ij})$$

(4) Customer i が Retailer j' を最初に訪問するがそこで購入できず、もう一方の Retailer $j(\neq j')$ でも購入できずにあきらめる場合

$$U_i^c(4,j') \equiv u_i - d(\lambda_{ij'} + \lambda' + \lambda_{ij})$$

これらを基にすると各 Case における戦略別の効用は以下のようになる。

Case 1:

(i) Customer i が $y_i=(1,2)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 で商品を購入することができる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,1)$$

である。

(ii) Customer i が $y_i=(1,0)$ をとる時、同様にして最初に訪れる Retailer 1 で商品を購入することができる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,1)$$

である。

(iii) Customer i が $y_i=(2,1)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合には Retailer 1 へと向かい、そこで商品を購入できる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,2)F(p_i')+U_i^c(2,2)(1-F(p_i'))$$

である。

(iv) Customer i が $y_i=(2,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,2)F(p_i')+U_i^c(3,2)(1-F(p_i'))$$

である。

Case 2:

(i) Customer i が $y_i=(1,2)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 で商品を購入することができる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,1)$$

である。

(ii) Customer i が $y_i=(1,0)$ をとる時、同様にして最初に訪れる Retailer 1 で購入することができる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,1)$$

である。

(iii) Customer i が $y_i=(2,1)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し購入できる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合には Retailer 1 へと向かう。Retailer 1 では先に来た $\#S_1+\#S_2$ 人が優先され、残りの $z_1-(\#S_1+\#S_2)$ の在庫を Retailer 2 から再配分された $\#S_3-\#S_3'$ 人で分け合うことになる。このとき Customer i は確率 $\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{\#S_3-\#S_3'}$ で購入でき、$1-\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{\#S_3-\#S_3'}$ で購入できずにあきらめることになる。ゆえに期待効用は、

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,2)F(p_i')+\{U_i^c(2,2)\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{\#S_3-\#S_3'}+U_i^c(4,2)(1-\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{\#S_3-\#S_3'})\}(1-F(p_i'))$$

である。

(iv) Customer i が $y_i=(2,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 において確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し購入する。$1-F(p_i')$ で容認できず購入をあきらめる。ゆえに期待総効用は、

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,2)F(p_i')+U_i^c(3,2)(1-F(p_i'))$$

である。

Case 3:

(i) Customer i が $y_i=(1,2)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 では確率 $\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で商品を購入することができる。確率 $1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で購入できなかった場合には Retailer 2 へと向かう。Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できな

い場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = \{U_i^c(1,1)\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2} + U_i^c(2,1)(1-\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2})\}F(p_i') + \{U_i^c(1,1)\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2} + U_i^c(4,1)(1-\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2})\}(1-F(p_i'))$$

である。

(ii) Customer i が $y_i = (1,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 では確率 $\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で商品を購入することができる。確率 $1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で購入できなかった場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = U_i^c(1,1)\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2} + U_i^c(3,1)(1-\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2})$$

である。

(iii) Customer i が $y_i = (2,1)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合には Retailer 1 へと向かうが、最初に Retailer 1 へと向かった $\#S_1+\#S_2$ 人が優先されるため、Customer i は購入できずにあきらめることになる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = U_i^c(1,2)F(p_i') + U_i^c(3,2)(1-F(p_i'))$$

である。

(iv) Customer i が $y_i = (2,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = U_i^c(1,2)F(p_i') + U_i^c(3,2)(1-F(p_i'))$$

である。

Case 4:

(i) Customer i が $y_i = (1,2)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 で商品を購入することができる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = U_i^c(1,1)$$

である。

(ii) Customer i が $y_i = (1,0)$ をとる時、同様にして最初に訪れる Retailer 1 で商品を購入することができる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = U_i^c(1,1)$$

である。

(iii) Customer i が $y_i = (2,1)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し、さらに確率 $\frac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'}$ で商品を購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合、あるいは確率 $1-\frac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'}$ で購入できなかった場合には Reatiler 1 へと向かい、商品を購入できる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = \{U_i^c(1,2)\tfrac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'} + U_i^c(2,2)(1-\tfrac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'})\}F(p_i') + U_i^c(2,2)(1-F(p_i'))$$

である。

(iv) Customer i が $y_i = (2,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し、さらに確率 $\frac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'}$ で商品を購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合、あるいは確率 $1-\frac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'}$ で購入できなかった場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = \{U_i^c(1,2)\tfrac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'} + U_i^c(3,2)(1-\tfrac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'})\}F(p_i') + U_i^c(3,2)(1-F(p_i'))$$

である。

Case 5:

(i) Customer i が $y_i = (1,2)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 では確率 $\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で商品を購入す

ることができる。確率 $1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で購入できなかった場合には Retailer 2 へと向かう。しかし最初に Retailer 2 に向かい、価格を容認した $\#S_3'+\#S_4'$ 人が優先されるため、残りの $z_2-(\#S_3'+\#S_4')$ の在庫を Retailer 1 から来た $\#S_1'-\frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}$ 人と分け合うことになる。このとき Customer i は確率 $\frac{z_2-(\#S_3'+\#S_4')}{\#S_1'-\frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}}$ で購入でき、$1-\frac{z_2-(\#S_3'+\#S_4')}{\#S_1'-\frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}}$ で購入できずあきらめることになる。ゆえに期待効用は

$$\begin{aligned}E[U_i^c]=&\{U_i^c(1,1)\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}+U_i^c(2,1)(1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2})\frac{z_2-(\#S_3'+\#S_4')}{\#S_1'-\frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}z_1}+U_i^c(4,1)\\&(1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2})(1-\frac{z_2-(\#S_3'+\#S_4')}{\#S_1'-\frac{\#S_1'}{\#S_1+\#S_2}z_1})\}F(p_i')+\{U_i^c(1,1)\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}+U_i^c(4,1)\\&(1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2})\}(1-F(p_i'))\end{aligned}$$

である。

(ii) Customer i が $y_i=(1,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 では確率 $\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で商品を購入することができる。確率 $1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で購入できなかった場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,1)\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}+U_i^c(3,1)(1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2})$$

である。

(iii) Customer i が $y_i=(2,1)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合には Retailer 1 へと向かうが、最初に Reatiler 1 へと向かった $\#S_1+\#S_2$ 人が優先されるため、Customer i は購入できずにあきらめることになる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,2)F(p_i')+U_i^c(4,2)(1-F(p_i'))$$

である。

(iv) Customer i が $y_i=(2,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容し購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,2)F(p_i')+U_i^c(3,2)(1-F(p_i'))$$

である。

Case 6:

(i) Customer i が $y_i=(1,2)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 で商品を購入することができる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,1)$$

である。

(ii) Customer i が $y_i=(1,0)$ をとる時、同様にして最初に訪れる Retailer 1 で商品を購入することができる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c]=U_i^c(1,1)$$

である。

(iii) Customer i が $y_i=(2,1)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p_i')$ でその価格を許容しさらに確率 $\frac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'}$ で商品を購入することができる。確率 $1-F(p_i')$ で価格を容認できない場合、あるいは確率 $1-\frac{z_2}{\#S_3'+\#S_4'}$ で購入できなかった場合には Retailer 1 へと向かう。しかし Retailer 1 では先に来た $\#S_1+\#S_2$ 人が優先されるため、残りの $z_1-(\#S_1+\#S_2)$ の在庫を Retailer 2 から来た $(\#S_3-\#S_3')+(\#S_3'-\frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2)$ 人と分け合うことになる。このとき Customer i は確率 $\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{(\#S_3-\#S_3')+(\#S_3'-\frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2)}$ で購入でき、$1-\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{(\#S_3-\#S_3')+(\#S_3'-\frac{\#S_3'}{\#S_3'+\#S_4'}z_2)}$ で購入できずあきらめることになる。ゆえに期待効用は

$$
\begin{aligned}
E[U_i^c] = \{&U_i^c(1,2)\tfrac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4} + U_i^c(2,2)(1-\tfrac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4})\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{(\#S_3-\#S'_3)+(\#S'_3-\frac{\#S'_3}{\#S'_3+\#S'_4}z_2)} \\
&+ U_i^c(4,2)(1-\tfrac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4})(1-\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{(\#S_3-\#S'_3)+(\#S'_3-\frac{\#S'_3}{\#S'_3+\#S'_4}z_2)})\}F(p'_i) \\
&+ \{U_i^c(1,2)\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{(\#S_3-\#S'_3)+(\#S'_3-\frac{\#S'_3}{\#S'_3+\#S'_4}z_2)} \\
&+ U_i^c(4,2)(1-\frac{z_1-(\#S_1+\#S_2)}{(\#S_3-\#S'_3)+(\#S'_3-\frac{\#S'_3}{\#S'_3+\#S'_4)}z_2)})\}(1-F(p'_i))
\end{aligned}
$$

である。

(iv) Customer i が $y_i=(2,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p'_i)$ でその価格を許容し、さらに確率 $\frac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4}$ で商品を購入することができる。確率 $1-F(p'_i)$ で価格を容認できない場合、あるいは確率 $1-\frac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4}$ で購入できなかった場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = \{U_i^c(1,2)\tfrac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4} + U_i^c(3,2)(1-\tfrac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4})\}F(p'_i) + U_i^c(3,2)(1-F(p'_i))\}$$

である。

Case 7:

(i) Customer i が $y_i=(1,2)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 では確率 $\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で商品を購入することができる。確率 $1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で購入できなかった場合は、Retailer 2 へと向かう。しかし最初に Retailer 2 へと向かい、価格を容認した $\#S'_3+\#S'_4$ 人が優先されるため、Customer i は購入できずにあきらめることになる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = U_i^c(1,1)\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2} + U_i^c(4,1)(1-\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2})$$

である。

(ii) Customer i が $y_i=(1,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 1 では確率 $\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で商品を購入することができる。確率 $1-\frac{z_1}{\#S_1+\#S_2}$ で購入できなかった場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = U_i^c(1,1)\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2} + U_i^c(3,1)(1-\tfrac{z_1}{\#S_1+\#S_2})$$

である。

(iii) Customer i が $y_i=(2,1)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p'_i)$ でその価格を許容しさらに確率 $\frac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4}$ で商品を購入することができる。確率 $1-F(p'_i)$ で価格を容認できない場合、あるいは確率 $1-\frac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4}$ で購入できなかった場合には Retailer 1 へと向かう。しかし Retailer 1 では先に来た $\#S_1+\#S_2$ 人が優先されるため、Customer i は購入できずにあきらめることになる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = \{U_i^c(1,2)\tfrac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4} + U_i^c(4,2)(1-\tfrac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4})\}F(p'_i) + U_i^c(4,2)(1-F(p'_i))$$

である。

(iv) Customer i が $y_i=(2,0)$ をとる時、最初に訪れる Retailer 2 では確率 $F(p'_i)$ でその価格を許容し、さらに確率 $\frac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4}$ で商品を購入することができる。確率 $1-F(p'_i)$ で価格を容認できない場合、あるいは確率 $1-\frac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4}$ で購入できなかった場合には購入をあきらめる。ゆえに期待効用は

$$E[U_i^c] = \{U_i^c(1,2)\tfrac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4} + U_i^c(3,2)(1-\tfrac{z_2}{\#S'_3+\#S'_4})\}F(p'_i) + U_i^c(3,2)(1-F(p'_i))$$

である。

5 平衡解析

前節において小売業者と顧客の目的関数を導出した。本稿の目的はすべての起こりうる戦略の組 $(z_1, z_2, y_1, \ldots, y_n)$ に対して小売業者・顧客ともに期待効用の最大化問題としての Nash 平衡点 $(z_1^*, z_2^*, y_1^*, \ldots, y_n^*)$ を探求することにある。すなわち、
すべての起こりうる戦略の組 $(z_1, z_2, y_1, \ldots, y_n)$ に対して

$$E[U_1^r(z_1^*, z_2^*, y_1^*, \ldots, y_n^*)] \geq E[U_1^r(z_1, z_2^*, y_1^*, \ldots, y_n^*)]$$

$$E[U_2^r(z_1^*, z_2^*, y_1^*, \ldots, y_n^*)] \geq E[U_2^r(z_1^*, z_2, y_1^*, \ldots, y_n^*)]$$

$$E[U_i^c(z_1^*, z_2^*, y_1^*, \ldots, y_n^*)] \geq E[U_i^c(z_1^*, z_2^*, y_1^*, \ldots, y_i, \ldots, y_n^*)]$$

を満たす点 $(z_1^*, z_2^*, y_1^*, \ldots, y_n^*)$ を探求する。

まず Retailer 側から Nash 平衡点を求める。Retailer の目的関数を z_1, z_2 で偏微分し、増減を調べることにより平衡点を導出することができる。このとき、期待効用は区分的線形関数であるので容易に解くことができ、Retailer 側の Nash 平衡点は

$$(z_1^*, z_2^*) = ((\#S_1 + \#S_2) + (\#S_3 - \#S_3'), \#S_3' + \#S_4')$$

となることがわかる。これは Retailer 1 は最初に訪れる顧客と Retailer 2 の価格に合わずに再配分される顧客を満たすように発注し、Retailer 2 は最初に訪れて価格が適合する顧客を満たすように発注すればよいことを示している。

一方、Customer 側の Nash 平衡点は、これを Customer i の目的関数に代入して各戦略の間の差を計算することにより最適戦略が求まる。Retailer の平衡解がある Case1,2,4,6 において解析すると、同一の結果が得られる。パラメータの条件と平衡戦略は下記のとおりである。

$y_i = (1,2), (1,0):$

$$\gamma(p_2, r_i) < \min\{\tfrac{1}{F(p_i')}\gamma(p_1, r_i) - \tfrac{2}{F(p_i')}d(\lambda_{i1} - \lambda_{i2}) + (V_i - u_i)\tfrac{1-F(p_i')}{F(p_i')},$$
$$\gamma(p_1, r_i) + 2d(\lambda_{i2} - \lambda_{i1}) + d(\lambda_{i2} + \lambda' - \lambda i1)\tfrac{1-F(p_i')}{F(p_i')}\}$$

$y_i = (2,1):$

$$\gamma(p_1, r_i) > -(V_i - u_i) + d(\lambda_{i1} + \lambda' - \lambda_{i2}),$$
$$\gamma(p_2, r_i) > \min\{\gamma(p_1, r_i) + 2d(\lambda_{i2} - \lambda_{i1}) + d(\lambda_{i2} + \lambda' - \lambda_{i1})\tfrac{1-F(p_i')}{F(p_i')},$$
$$\tfrac{1}{F(p_i')}\gamma(p_1, r_i) - \tfrac{2}{F(p_i')}d(\lambda_{i1} - \lambda_{i2}) + (V_i - u_i)\tfrac{1-F(p_i')}{F(p_i')}\}$$

$y_i = (2,0):$

上記以外の領域.

すべての顧客について上記の領域を求めることで顧客における Nash 平衡点が求められる。

5.1 数値例

$p_1 = 520$, $c_1 = 420$,$h_1 = 40$, $q_1 = 40$, $c_2 = 400$, $h_2 = 35$, $q_2 = 35$, $W_1^0 = 700$, $W_2^0 = 500$, $\mu_1 = \mu_2 = 1.2$, $\beta_1 = 0.1$, $\beta_2 = -0.2$, $\lambda' = 5$, $d = .20$ とする。Retailer 2 の価格については顧客には周知されていないため、$p_2 = 530$ を確率 0.8、$p_2 = 500$ を確率 0.2 でとるとし、これらの期待値により顧客は許容の判断をする。

顧客に以下のように値を付与した場合、前節の結果により全ての顧客の戦略が決定される。

戦略 3 を選択している $\#S_3 = 5$ 人の Customer については、全員が p_2 が許容範囲内となっている。ゆえに $\#S_3' = 5$ である。$i = 19, 20$ の Customer については、価格が既知である p_1 が価格の許容範囲外になるため、戦略 4 を選択することになるが、p_2 についても許容範囲外になっている。ゆえに $\#S_4' = 0$ である。以上より、Retailer の最適な在庫水準は、

表 1: 各顧客の効用と戦略

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V_i	420	420	420	420	415	415	415	415	410	410
λ_{i1}	7	7	8	8	7	7	8	8	7	7
λ_{i2}	6	7	8	9	6	7	8	9	6	7
r $_i$	522	506	483	482	482	519	518	482	523	506
u_i	-301	-321	-300	-330	-330	-315	-327	-307	-310	-310
戦略	S3	S1	S2	S2	S3	S1	S2	S2	S3	S1

i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
V_i	410	410	405	405	405	405	400	400	310	320
λ_{i1}	8	8	7	7	8	8	7	7	8	8
λ_{i2}	8	9	6	7	8	9	6	7	8	9
r $_i$	521	496	489	503	514	484	494	491	528	516
u_i	-329	-316	-305	-327	-321	-321	-315	-322	-301	-312
戦略	S2	S2	S3	S1	S2	S2	S3	S1	S3	S3

$$
\begin{aligned}
(z_1^*, z_2^*) &= (\ (\#S_1 + \#S_2) + (\#S_3 - \#S_3')\ ,\ \#S_3' + \#S_4'\ \ ) \\
&= (5+8\ ,\ 5+0) \\
&= (13\ ,\ 5)
\end{aligned}
$$

となる。$p_2 = 500$ であったとすると、期待効用は

$$
\begin{aligned}
E[U_1^r] &= (p_1 + h_1)\{(\#S_1 + \#S_2) + (\#S_3 - \#S_3')\} - (c_1 + h_1)z_1 - W_1^0 \\
&= 600 \\
E[U_2^r] &= \mu_2[(p_2 + h_2 + q_2)(\#S_3' + \#S_4') - (c_2 + h_2)z_2 - q_2(\#S_3 + \#S_4) - W_2^0] \\
&= -84
\end{aligned}
$$

となる。

6 まとめ

本稿では、価格において非対称情報をもつ2つの小売業者と n 人の顧客における意思決定問題を扱い、期待効用最大化のもとで不完備情報ゲームとして定式化を行い、ゲーム理論の解概念である Nash 平衡点を導出した。小売業者が意思決定に関してリスク回避である場合について考えたが、リスク中立の場合と同じ結果を得た。これは顧客の行動がどのようになろうとも、2つの小売業者がお互いに発注量を調整することができるため融通が利きすぎ、Nash 平衡点は無難な解にたどり着くことがわかった。

顧客の数が離散型である場合には顧客の到着順が問題となるが、本稿では一様分布に従うと仮定した。この仮定を取り除くためには、顧客の数を連続型に変更し、一般的な分布関数を与えて解析することが望ましいであろう。

謝辞　本研究に関して日本学術振興会科学研究費補助金 基盤研究 (C) (No.24510196) の援助を受けたことを付記する。

参考文献

[1] Briesch,R.A., L.Krishnamurthi, T.Mazumdar and S.P.Raj, A Comparative Analysis of Reference Price Models, Journal of Consumer Research, Vol.24, No.2, 202-214 (1997).

[2] Eeckhoudt,L., C.Gollier, H.Schlesinger, The risk-averse (and prudent) newsboy, Management Science, Vol.41, No.5, 786-794 (1995).

[3] Fibich,G., A.Gavious, O.Lowengart, The Dynamics of Price Elasticity of Demand in the Presence of Reference Price Effects, Journal of the Academy of Marketing Science, Vol.33, No.1, 66-78 (2005).

[4] Fibich,G., A.Gavious, O.Lowengart, Optimal Price Promotion in the Presence of Asymmetric Reference-price Effects, Managerial and Decision Economics, Vol.28, 569-577 (2007).

[5] Greenleaf,E., The Impact of Reference Price Effects on the Profitability of Price Promotions, Marketing Science, Vol.14, No.1, 82-104 (1997).

[6] Heymand,D.P., M.J.Sobel, Handbooks in Operations Research and Management Science, Vol.2, Elsevier Science Publishers (1990).

[7] Hohjo,H., A Competitive Inventory Model with the Customer's General Choice Probability, Computers & Mathematics with Applications, Vol.41, No.3-4, 523-530 (2001).

[8] Kalyanaram,G., R.S.Winer, Emipirical Generalization from Reference Price Research, Marketing Science, Vol.14, No.3, G161-169 (1995).

[9] Kopalle,K.P., S.R.Winer, A Dynamic Model of Reference Price and Expected Quality, Marketing Letters, Vol.7, No.1, 41-52 (1996).

[10] Lippman,S.A., K.F.McCardle, The Competitive Newsboy, Operations Research, Vol.45, No.1, 54-65 (1997).

[11] Mazumdar,T., S.P.Raj, I.Sinha, Reference Price Research: Review and Propositions, Journal of Marketing, Vol.69, No.4, 84-102 (2005).

[12] Parlar,M., Game Theoretic Analysis of the Substitutable Product Inventory Problem with Random Demands, Naval Research Logistics, Vol.35, 397-409 (1988).

[13] Pratt,J., Risk aversion in the small and in the large, Econometrica, Vol.32, 122-136 (1964).

[14] Talluri,K.T., G.J.V.Ryzin, The Theory and Practice of Revenue Management, Springer (2005).

[15] Wang,C.X., S.Webster, Channel coordination for a supply chain with a risk-neutral manufacturer and a loss-averse retailer, Decision Sciences, Vol.38, 361-389 (2007).

[16] Wang,C.X., The loss-averse newsvendor game, International Journal of Production Economics, Vol.124, 448-452 (2010).

[17] Winer,S.R., A Reference Price Model of Brand Choice for Frequently Purchased Products, Journal of Consumer Research, Vol.13, 250-256 (1986).

[18] 伊東崇文, 北條仁志, 参照価格を考慮した非対称情報をもつ競合的在庫管理, 京都大学数理解析研究所講究録 1802, 106 − 112 (2012).

[19] 北條仁志, 再配分を持つ競合的在庫問題の再考, 京都大学数理解析研究所講究録 1682, 145-150 (2010).